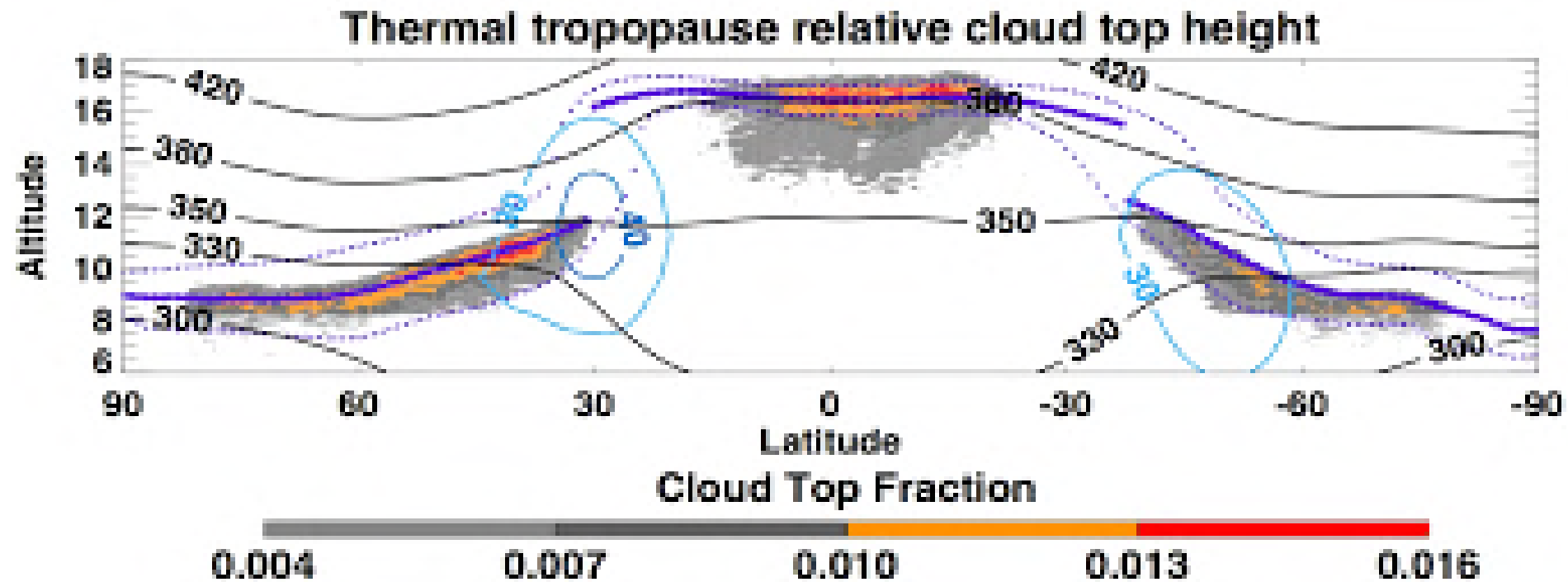


Thermodynamics: a Critical Reading and Tropical Dynamics

LinHo

2017 Dec 22 CWB

CALIPSO 532 nm LIDAR attenuated backscatter for a descending orbit on 13 March 2007 with equator crossing near 150° E and the meteorological background including the tropopause height (white dots) and jet stream locations based on wind speed (pink contours). (Lower) Vertical distribution of the cloud top fractions calculated in altitude bins relative to the thermal tropopause. Also shown are the zonal mean tropopause height (large purple dots) and its 10th and 90th percentiles (small purple dots), zonal mean horizontal wind speed (blue contours for 30 and 40 m/s), and zonal mean potential temperature surfaces (black lines). The data included in the statistics are from March 1 – March 31, 2007. The meteorological fields are from the GFS data.



- 地球行星的大氣特徵:

(1) 一顆奇重無比的光滑**金屬球** immense gravity

(2) **快速旋轉** 約聲速的1/3

(3) **薄膜**的大氣 海洋水平與垂直尺度完全不合常識比例 **aspect ratio** $\delta=10\text{km}/40000\text{km}$

這三個行星參數大致決定了這物理系統的基本結構

$$g, f, \delta=H/L$$

(4) 水, H_2O 的三態變化積極參與能量收支

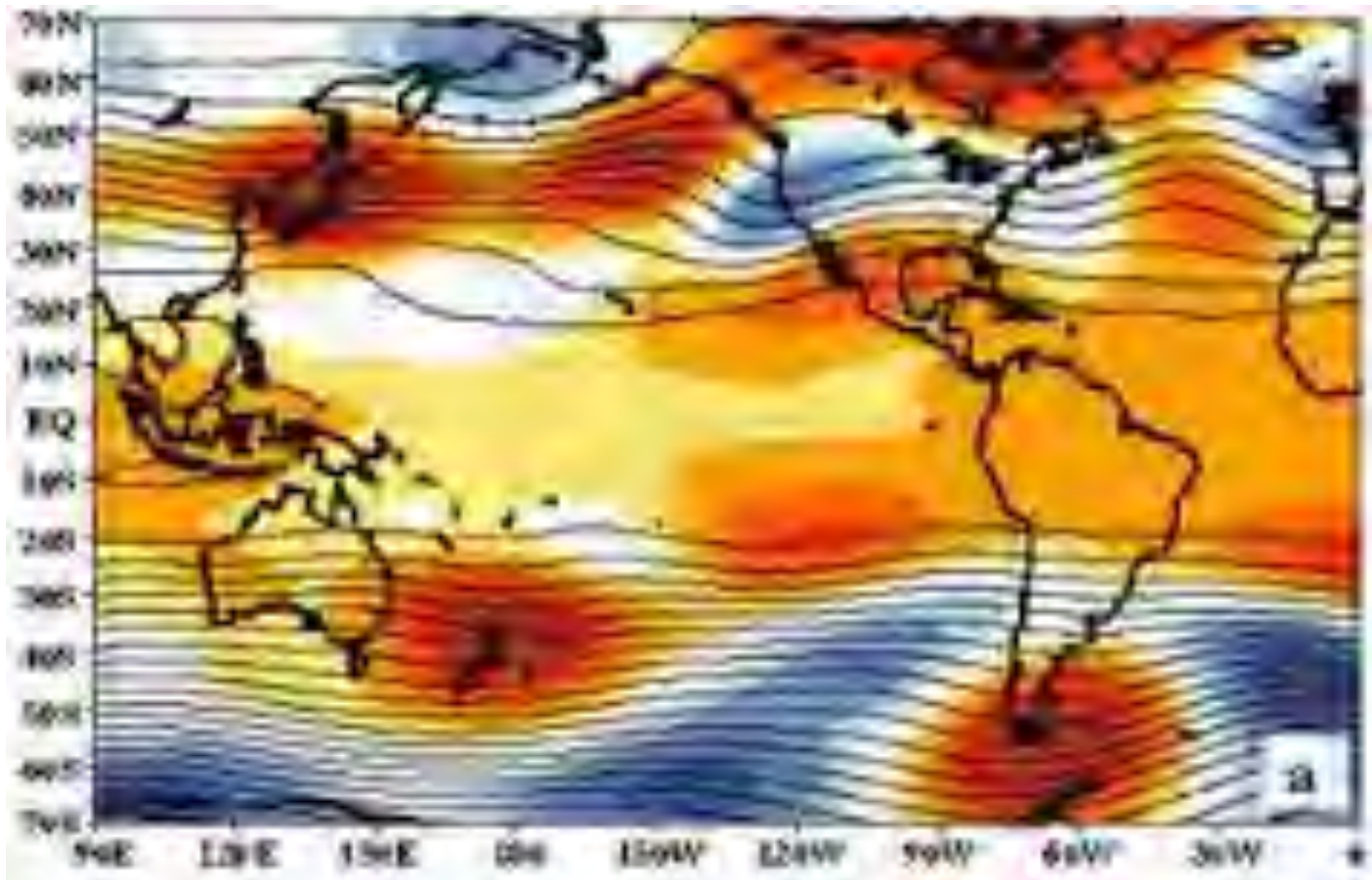
熱帶: $g, \delta, \text{H}_2\text{O}$

中緯: g, δ, f

(5) 輻射.... 太陽與外太空形成源與匯的熱機效應

.....(生命)

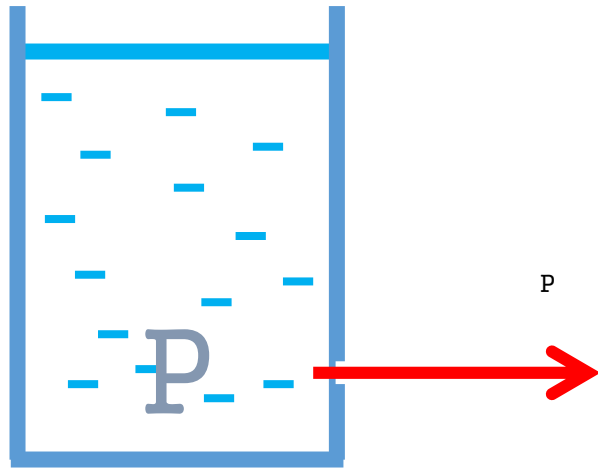
The adjustments can be divided into two basic regimes. The regime outside the 25 latitudes (middle to high latitudes) will be called **baroclinic adjustment** zone and the tropical zone will be called **convective adjustment** zone. Their drivers are synoptic eddies and convections, respectively.



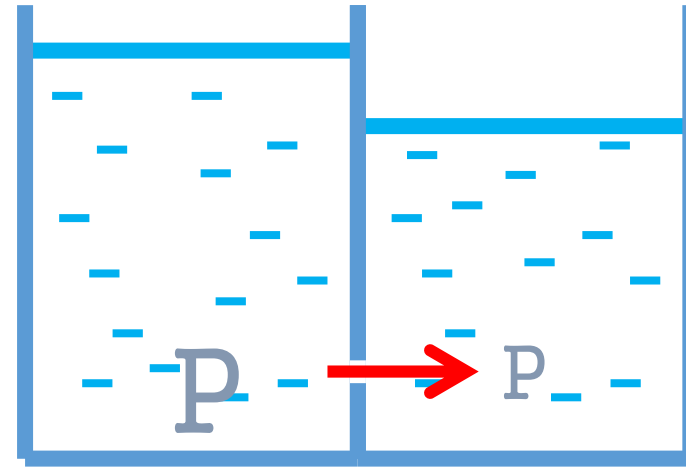
熱帶氣象(候)的起跑點

- 熱帶大氣的骨架是熱力學 建立在對靜力平衡更進一步的修正: 輻射-對流平衡(radiative-convective equilibrium RCE)上
- 從重力--分層(reduced gravity)-----GFD共相
- 1 2
- 到分層--對流環境(effective stratification)-----熱帶
- 3
- 熱帶問題的原型--大尺度擾動在對流環境RCE的行為 Hadley cell, Walker cell, mjo, Kelvin wave.. 颱風

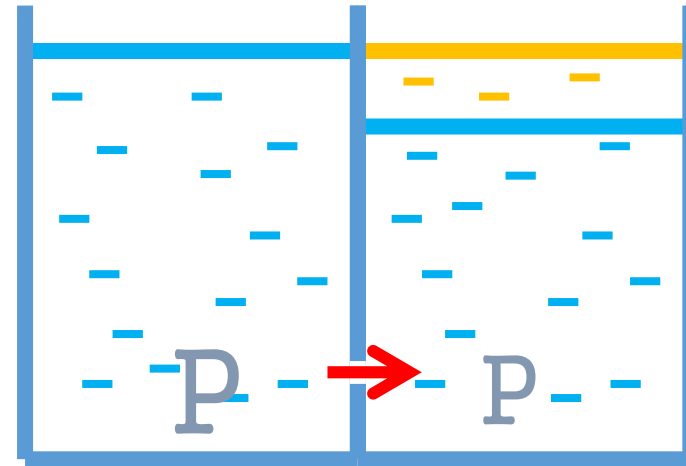
In flow, gravity pull can be directed horizontally



Pure gravity



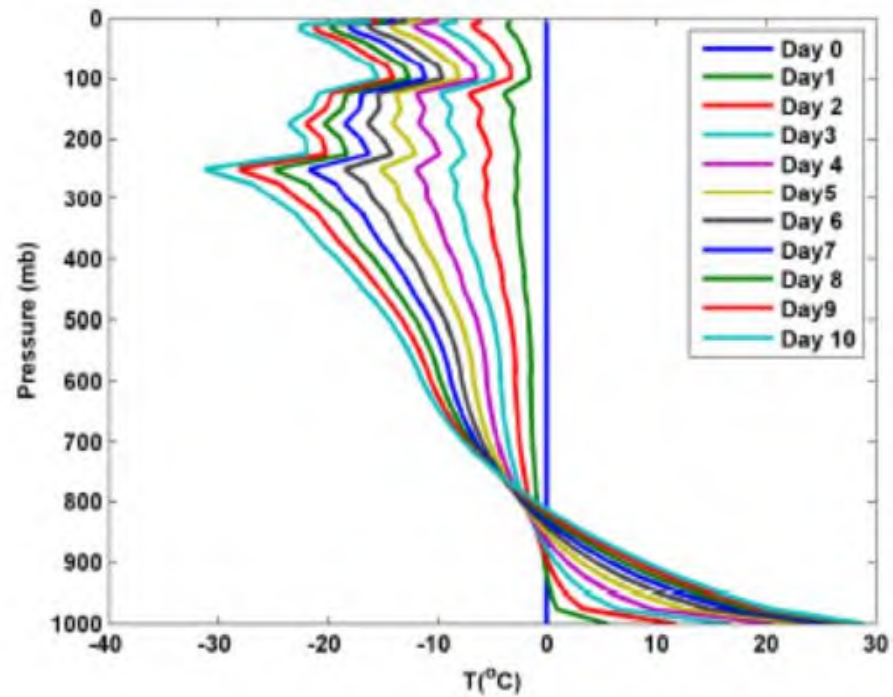
Reduced gravity



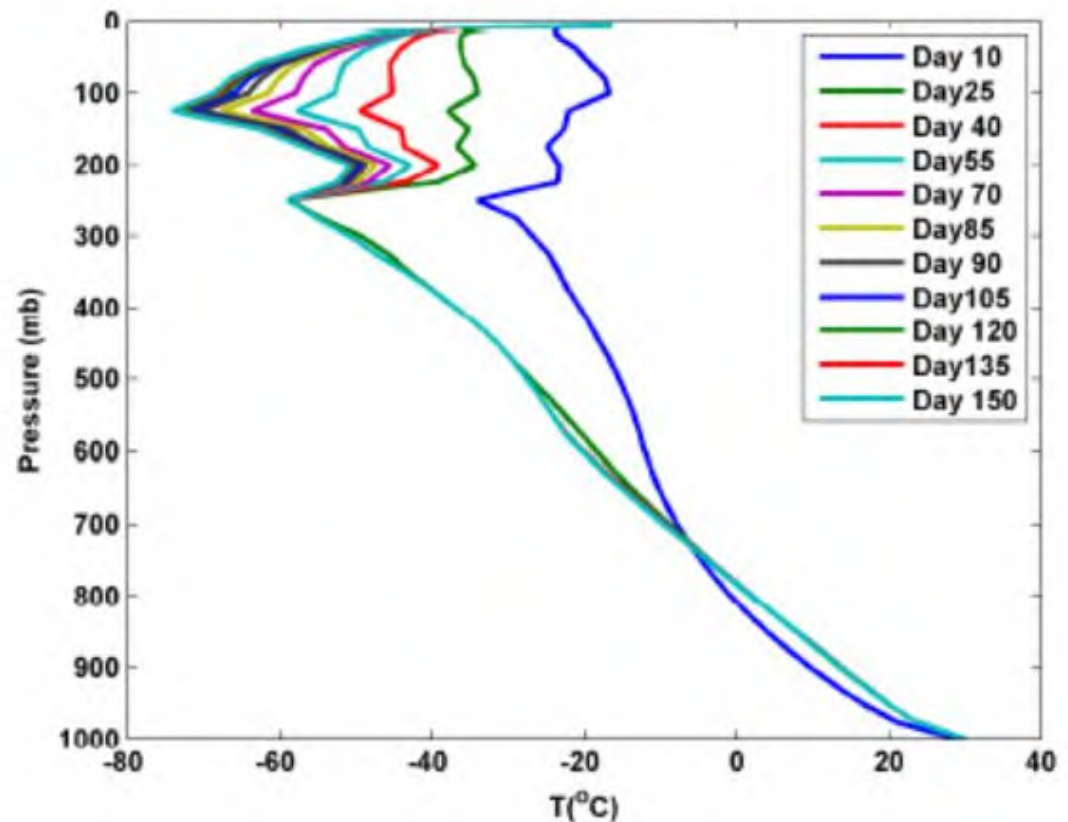
Stratification,
gravity is reduced

Standard tropical T profile thru radiative-convective adjustment

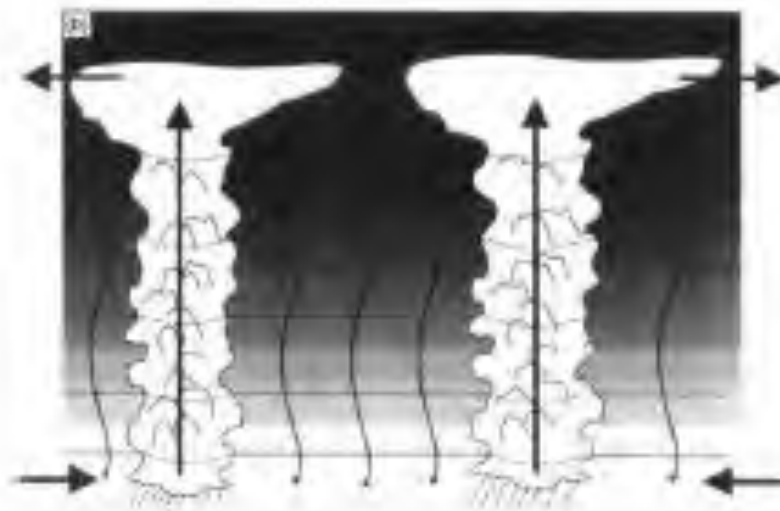
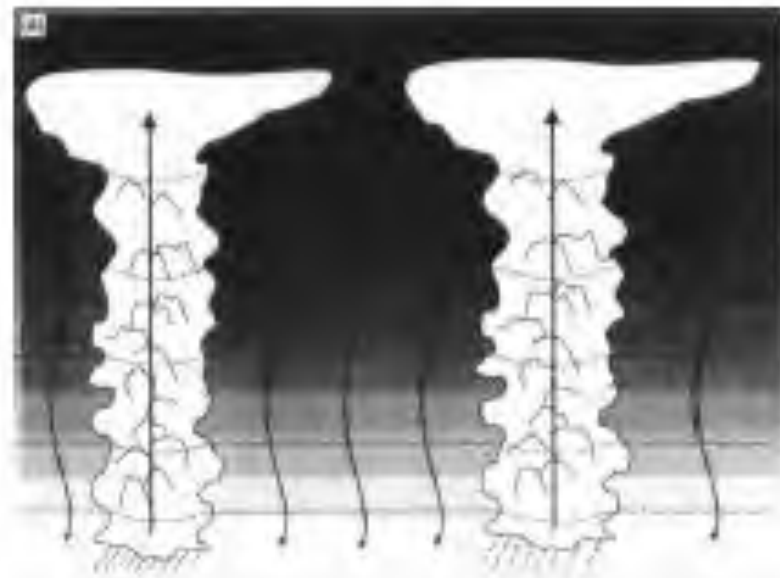
Time scale of approach to equilibrium



The upper and lower troposphere go through two-stage adjustments



雲與雲之間的沉降帶 垂直運動必須要和長波冷卻相抵 所以對流受限
任何對流的加強 皆與大尺度水汽輻合 直接相關



大尺度環流與對流的交互作用

第一部份: 霍爾的移動城堡--熱力學

- 熱力學是有關能量的科學,能量最重要的貢獻是從一種形式轉變成另一種形式.
- 對基本架構的正確瞭解很必要.但要從大氣熱力的途徑切入,內燃機熱力,物理化學,除了弄昏你的頭,大部份幫了倒忙.

大氣熱力是搖搖晃晃的拚裝車



熱力學 大氣系入門的毒藥

- 熱力學是物理學唯一由工程師開拓的學門,創造的目的是製造內燃機,後來在分子尺度重新得到詮釋,今日這門課仍舊在化學系稱之 kinetic theory of gas (Physical Chemistry)及活躍于工學院.
- 我們要知道物理化學或量子統計?不可能!
- 適度的化學知識(普化乙)是必要的.

Thermodynamics is **the most difficult** branch of physics **to teach**, in part because, thermodynamics uses an unfamiliar brand of mathematics.

P. W. Bridgeman—Nobel Laureate

更慘的是,一些熱力關鍵名詞的中譯是**錯譯**或**弱譯**,使初學者摸不著頭腦.

例: state, pressure, entropy...

先測試一下大夥在熱力的功力罷 ☺

- (1) 氣壓就是頭上氣柱的重量
- (2) 在氣象學,熱力學第一定理使用的場合多? 還是第二定理使用的場合多?
- (3) 溫度高(低)的地方就是低(高)氣壓地帶
- (4) 兩塊不飽合的氣塊混合起來,有可能變成飽合嗎?



Pressure怎麼會被譯成壓力呢?

- 其實 P 既不是力也不是向量
- 在我們學習過程中,最早接觸 P 的定義是單位面積所承受的力
(在茫茫一片的空氣或海中,從何界定單位面積啊?那來的力?這樣的定義,不見得錯,但用兩個疑問回答一個問題是很愚蠢的, Euler很早就正確指出, P 是個場量field, pressure gradient force 才是力).
- 再加上,人云亦云:大氣pressure就是頭上氣柱的重量,更加深了我們印象中壓力這概念 **錯 錯 錯**
- (正確的說法是:大氣pressure的value相當于頭上氣柱重量的value)絕非咬文嚼字

pressure是什麼呢? ---絕非A=B可解答

- 在理想氣體 $P = \rho RT$ (通常不用的, why?)
- 在不可壓縮流體, 靜力穩定方程 $P = -\rho gh$

- P在anelastic approx是

$$\nabla^2_3(\nabla P) = \nabla \left\{ -2\rho \left[\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + w^2 \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right\},$$

- 準地轉理論中, P是everything!
- 在熱力學中, P最重要的概念是P是一個state variable!
- P的中譯也呼之欲出呢

One should never seek an $A=B$ answer in thermodynamics (龍安寺枯山水)!



P就是壓度

State; a key terminology, should be translated as **熱態**, instead of 狀態(熱力的"state"是具關鍵的科學專有名詞,中文"狀態"則泛用于日常生活,稱之狀態,未免掉以輕心)

量度某特定系統的熱態有那些變數呢?

不勝枚舉...!

T, P, ρ , m, V, C_p , C_v , Chemical potential,
salinity

眾多熱態變數與熱態變數之間都存有千絲萬縷,剪不斷理還亂的關係,泛指為熱態函數,這幾乎構成熱力的一半題材.

最重要的熱態函數是理想氣體方程與C-C Law.

例如Pressure, a key terminology, is壓度, not壓力.

Entropy?

熱力學第一定理--改變內能,非功即熱

- $dI = \delta q + \delta w$

- I :內能
- q :加熱
- w :功



δ -外部系統施加于本系統

d -本系統自身擁有的 **state** property



功:中學老師誤了我半(全)生 ---用木棒打水水溫會增加???

- 在大氣我們**唯一**考慮的功只有氣體膨脹或壓縮所作的功 (海氣交互作用海洋會受風擾動的機械功影響).
- $\delta w = -Pd\alpha$ P: pressure, ρ : 密度(or $\alpha=1/\rho$ 容度)
- $dI = C_v dT$
- $dI = \delta q + \delta w$ 已更具體成為 $C_v dT = \delta q - Pd\alpha$.直覺上如果能找到正確的熱態變數X與Y,也許該是這形式 $\delta q = XdY$
- 1864 Clausius發現了Y,他命名entropy

我們終於了解了外部所交換的熱或功皆可以由
倆個內部熱態變數的組合所取代

- 功不是State variable, A系統必須要透過 $Pd\alpha$ 施加于B系統才能改變內能, 注意 P, α 皆是state variable但它們複合的形式 $Pd\alpha$ 就不是state variable.(沒有外力 $Pd\alpha$ 就是零)
- 同樣的, 加熱也不是state variable, 但我們可找到兩個state variable來形容 dq , 這兩個state variable分別是溫度(大家很熟悉的)與entropy(大家很熟悉卻又陌生...)

$$C_v dT = T ds - P d\alpha, \quad \text{或} \quad ds = \delta q / T$$

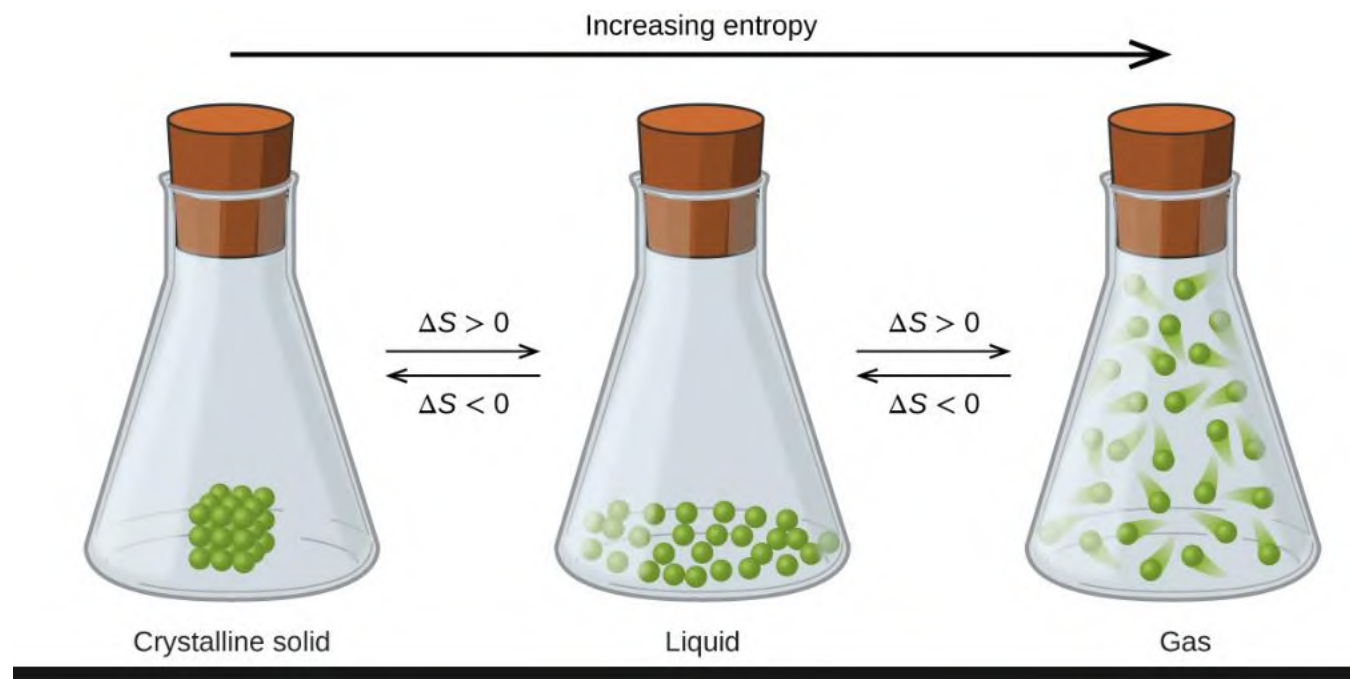
熱力學第二定律...(最直觀的)在未作功情況下,熱通量由高溫系統導向低溫系統

- 找出均度並不等於熱二自動成立,但均度不減卻是最清晰最有力的關於熱二的敘述

例: $ds=(dq/\tau)-(dq/T)=-dq(1/\tau-1/T)>0$,富施貧

- 熵是一個豈有此理的翻譯,1923年Planck來華演講,指出 $\delta q/T$ 是一個重要的物理量,當時充任翻譯的胡剛復先生,完全不明所指,靈機一動,就因為這物理量是A/B的形式,即席譯作熵(商).
- 照此邏輯, $T=P\alpha$,溫度不就要稱作(火)積了嗎?

把entropy翻譯成亂度,丈量系統disorder的程度,亦無不可; 注意:熱一並沒未包含趨向均度的概念



亂極必均 order或disorder其實徒具美學內涵,entropy翻譯成**均度**更能符合熱力學第二定律的精神!!!



Jackson Pollock,
1952

Entropy就是均度

Entropy; 熵, 亂度(微觀), 均度(巨觀)

- Entropy就是entropy, 就像energy is energy. 盡量多用多方使用就會上手. 要讓口耳習慣如用其他的熱態變數溫度, 密度.
- Entropy一點也不模糊, 很嚴謹的, 均度就是熱態處於最穩定狀況.
- 均度與熱二律的關係是: 均度的最大值是惟一的穩定熱態. 若無外力作功, 所有的熱力過程皆可視為不穩定熱態趨向最終穩定熱態.
- 氣象上, 大家可能較習慣用位溫potential temperature取代entropy.

這麼多熱態變數,還會有新的出現嗎?

- 答案是;會... Romp, Raymond...還會發現全新與水相關的熱態變數
- 但,熱力的主角就僅僅是這四大天王(第五天王 r 只有在溼大氣出場),原因有二,
- 第一原因,請看基本熱力方程

$$\bullet C_v dT = T ds - P d\alpha,$$

- C_v 視作常數,只有四個熱態變數T,P, α ,S出現
- 第二原因是後述的Gibbs phase rule (就這四個了,其他的都是超學!請大家吃一顆定心丸)

後知後覺的人類啊!

回顧歷史, 密度與溫度最無問題, 冷熱之分嬰兒都能區別, 人體佈滿了溫度感應器, 密度也早為眾人所知, 水銀比水重...

但迄今, 仍無大氣密度計存在...還好 可經由理想氣體方程間接算出
壓度要等到1643年Torricelli造出氣壓計, 非鳥類的我們才發現這重要的物理量

均度要等到Clausius于1865年發現才為世人所知

均度計猶待開發 目前由後頁的Maxwell relation計算 或用位溫

請大家量一量這位名人的溫度,壓度,密度,均度



四大熱態變數出列後,我們發現,熱力學的架構在這四根棟樑上,非常對稱,非常穩固

- T溫度
- P壓度
- ρ 密度(or $\alpha=1/\rho$ 容度)
- s均度

縱使我們已淘選出四大天王,要完整的描述某特定系統的熱態,需要幾個變數呢?

- 這四大變數彼此間可是有點黏又不太黏的關係,每次看到熱力書這樣的內文,總讓人退避三舍.

$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N} = \frac{1}{T}$	$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{N,U} = \frac{p}{T}$	$\left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{V,U} = -\frac{\mu}{T}$
$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V = \frac{T}{C_V}$	$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P = \frac{T}{C_P}$	
$-\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{VK_T}$		

還好,有Gibbs phase rule!!!

- 根據Gibbs phase rule (非常重要,非常容易被忽略)
- **$F=C-P+2$**
- F: degrees of freedom
- C: number of components
- P: number of phases
- 乾空氣 $C=1, P=1$, 所以 $F=2$ 我們要在溫度, 壓力, 密度, 均度中任取其二, 就可以完整描述這系統的熱力狀況

相對映四天王的四大熱潛能,分別是:

- 內能: **inner energy** $U=C_vT$
 - 總位能,焓: **enthalpy** $h=U+P\alpha=C_vT+RT=C_pT$
 - 吉-自由能: **Gibbs free energy** $g=U+P\alpha-Ts$ (乍看之下,痛苦不堪)
 - 何-自由能: **Helmholtz free energy** $f=U-Ts$ (更痛苦)
-
- 或許會疑惑, **Gibbs**及**Helmholtz**太神了,怎麼會想出這麼神奇的組合
 - 其實,看官耐心看下兩頁,就知道,這是四大天王必伸的延長物

四大熱態變數所支撐的四大熱潛能以微分形式出現,分別是:

- $dl = Tds - Pd\alpha$ 咦 這既不是熱一 也不是熱二 而是綜合兩大定律的起手式
- $dh = Tds + \alpha dP$ 我們永遠採用的熱定律是這款enthalpy的形式, why?
- $dg = -sdT + \alpha dP$ 做實驗室的人最喜歡的是這個, why? T,P最易測量
- $df = -sdT - Pd\alpha$
- Clue: $\frac{dh}{dt} = \dot{q} + \alpha \frac{dP}{dt}$ 在pressure coordinate可寫成 $C_p \frac{dT}{dt} = \dot{q} + \alpha \omega \dots$

Enthalpy總位能,焓..值得多說一些

- $h = I + P\alpha$ 焓是內能與空間占據的位勢能 $P\alpha$ 總和,所以譯成總位能或焓都很ok,又透過理想氣體 我們知道 內能與位勢能所占的比例分別是 $C_v:R$ 加起來就是 C_p 所以 $h = C_p T$
- 焓的自然變數為 (s, P) 這在氣象學聯結熱力與流力特別方便,見 Holton

這階段熱力所到達的一個最高峯是 Maxwell relation

- $\left(\frac{\partial T}{\partial \alpha}\right)_s = -\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_\alpha$
- $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s = -\left(\frac{\partial \alpha}{\partial s}\right)_P$ 請注意這條公式
- $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \alpha}{\partial s}\right)_P$
- $\left(\frac{\partial s}{\partial \alpha}\right)_T = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\alpha$
- 這是由簡單偏微分推導出來的,乍看之下,很難看出有任何物理意義
- 但...非常非常的好用

如何將熱力學應用到地球大氣? (homework)

- 從能量觀點---斜溫圖...能量收支

- 從動力觀點---從淺水方程著手

再下一步--加 H_2O 的熱力學 (homework)

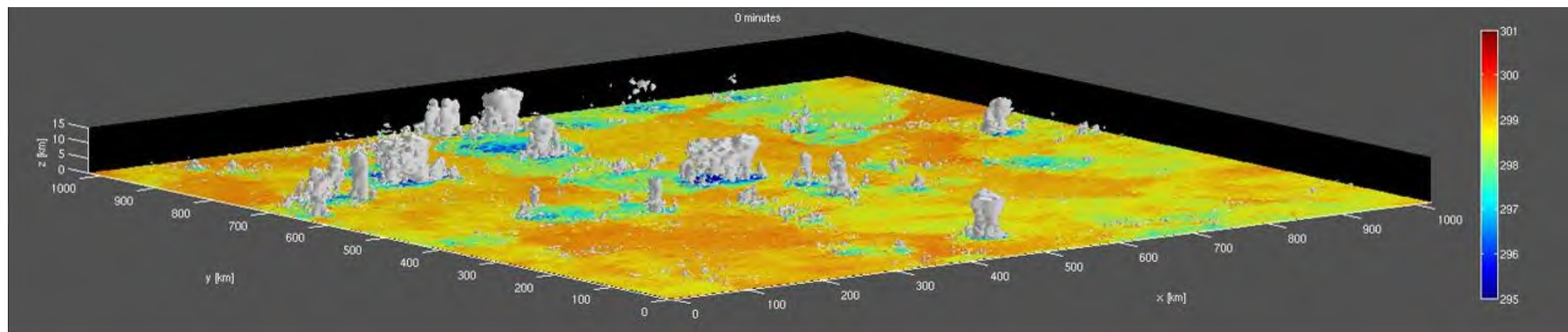
- ▶ **MOIST ENTROPY** - conserved in a slow, moist and adiabatic processes
- ▶ **MOIST STATIC ENERGY** - not conserved, depends on hydrostatic approximation

• 汽歸汽 雲歸雲 雨歸雨 (很難哟)

吃過很多熱力苦頭的我的小小心得

- 用考試型的思考 $A=B$ 是不夠的,例如壓度,均度皆具多重涵意,必須打開腦袋活學多用.
- 不用記太多的瑣碎知識,宜精不宜多,重要轉折,必需像初戀**刻骨銘心**的印在腦海.
- 不要把書當神一般膜拜,也不要膜拜把書當神一般膜拜的老師,理由是大部份教科書都是和你我背景不同的人寫的,不明瞭這道理的老師一定對大氣熱力學了解有上限.
- **熱力這東西還含有大量的工程殘餘物,很多想法的動機,並非源于數學的嚴謹推理,而在于這物理量好不好測量(例壓度計和不存在的密度計).**
- 無論如何要和科學現象聯結在一起,若無實驗室,做一千題作業.

第二部份 熱帶大尺度動力



Quasi-equilibrium theory

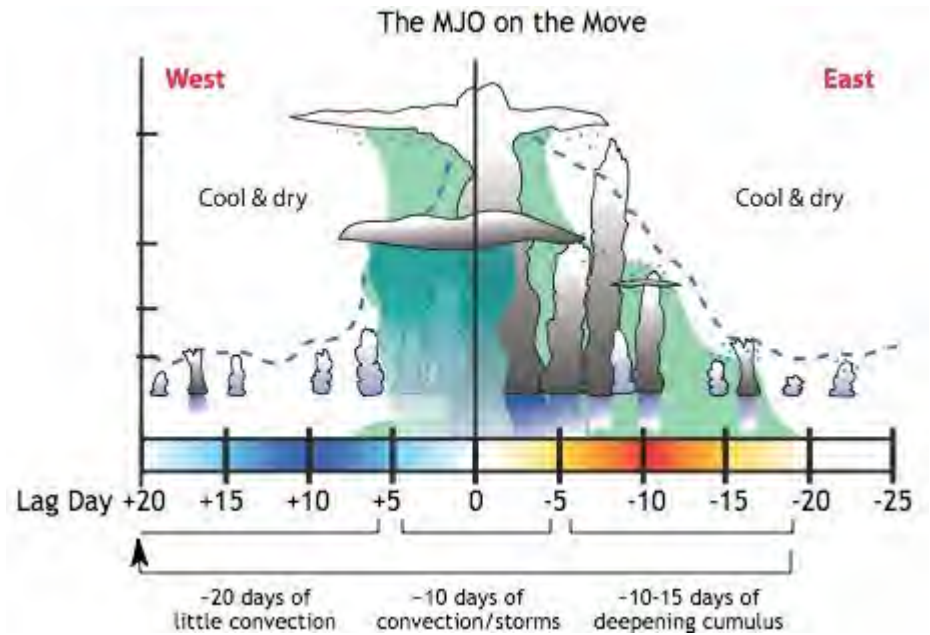
- The bulk effect of convection ensemble is establish a statistical equilibrium among the buoyancy-related field in fast time scale.
- Convection acts to maintain a moist adiabatic (virtual) temperature profile of large-scale environment in a manner to reduce the buoyancy available to small-scale over turning motion.

說來 熱帶氣象也橫跨到第四世代了

- 第一世代Charney, Eliassen, Kuo, Ooyama, Gill, Krishnamurti
- 第二世代Manabe, Arakawa, Yanai
- 第三世代Held, Emanuel, Raymond, Mapes, Sobel, Neelin, Bretherton, Yano
- 第四世代Kuang, Masunaga...

- 以水汽收支為中心的第一代,演化到奠基于Quasi-equilibrium的第二代,漂亮的做出積雲參數化的貢獻.
- 第三代則以能量收支跳過積雲參數化,在column dynamics/gross moist stability的架構下,直接處理大尺度運動在對流環境中的過程.
- 未來一代將以精細網格的cloud resolving model及cloud satellite為中心,處理次網格的物理問題,大架構仍然保持dynamic core (column integrated shallow water equation---moist energy)

熱帶動力的原型是對於輻射-對流平衡態的靜力擾動,局部環境皆保持準平衡(QE, quasi-equilibrium)狀態.



$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha'$$

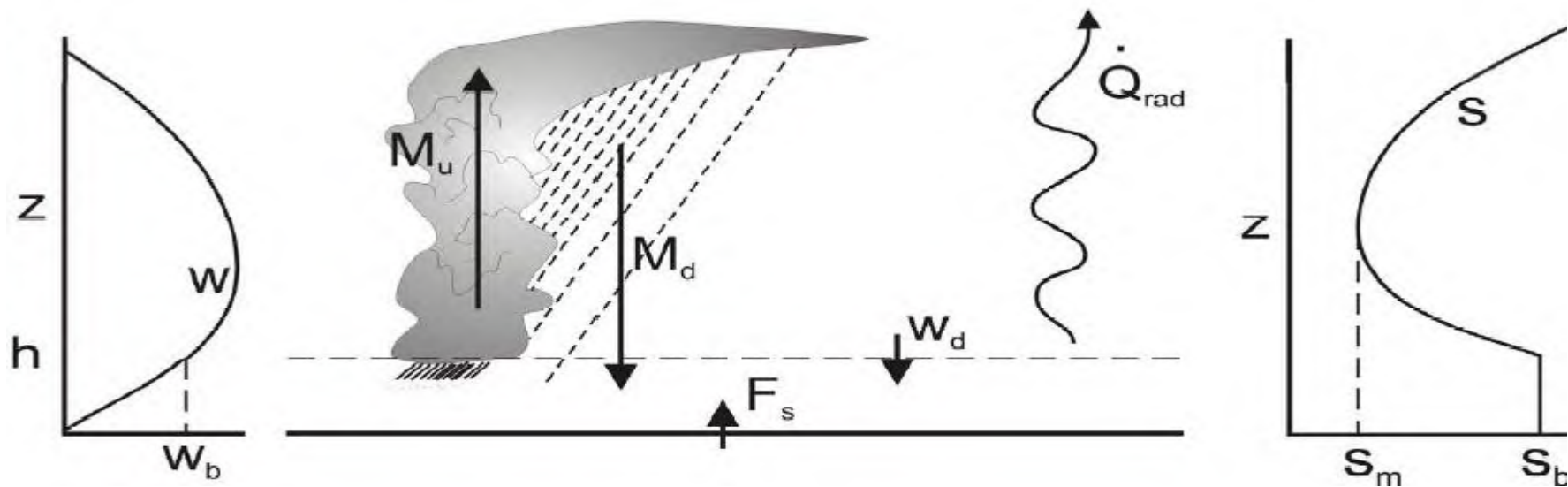
靜力擾動,根據Gibbs phase rule,
f=2-1+2=3. $\alpha(p,s,r)$

$$\alpha' = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s^*} \right)_p s^{*'} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} s^{*'}$$

使用水氣飽合的近似,
 $\alpha(p,s^*)$

很神奇的使用了Maxwell
relation

$$\phi' = \phi'_b(x, y, t) + (\bar{T}(x, y, t) - T) s^{*'}$$



$$\frac{\partial u}{\partial t} = (T_s - \bar{T}) \frac{\partial s^*}{\partial x} + \beta y v - r u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (T_s - \bar{T}) \frac{\partial s^*}{\partial y} - \beta y u - r v$$

$$\frac{\partial s^*}{\partial t} = \frac{\Gamma_d}{\Gamma_m} (\dot{Q}_{rad} + \frac{\partial s_d}{\partial z} (\epsilon_p M - w))$$

$$h \frac{\partial s_b}{\partial t} = C_k |\mathbf{V}| (s_0^* - s_b) - (M - w)(s_b - s_m)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{H} = 0$$

$$\frac{\partial s_b}{\partial t} = \frac{\partial s^*}{\partial t}$$

$$\dot{Q}_{rad}, s_0^*, s_m, \epsilon_p$$

Boundary S_b budget controls
interior

Tucked all physics into vertical structure, parameterize
precipitation efficiency and downdraft

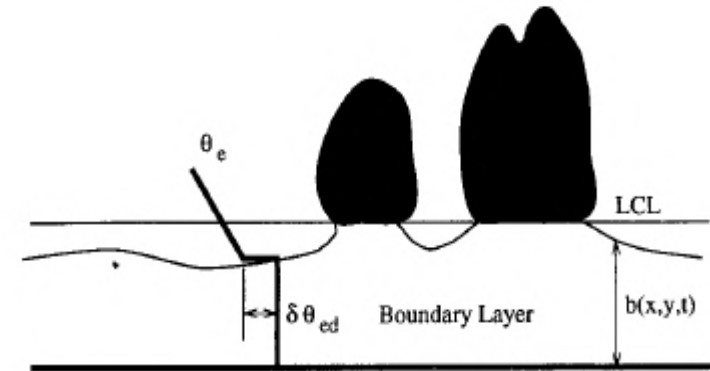


FIG. 1. Sketch of idealized boundary layer of depth $b(x, y, t)$. The lifting condensation level of boundary layer air is LCL and the difference between boundary-mixed-layer equivalent potential temperature and the air immediately above is $\delta \theta_{ed}$.

另一條絕佳途徑是從能量-水汽收支入手

$$\frac{\partial[s]}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{v}s] = F_s - R$$

$$\frac{\partial[r]}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{v}r] = E - P.$$

Gross moist stability

$$\Gamma_R = - \frac{T_R [\nabla \cdot (s\mathbf{v})]}{L [\nabla \cdot (r\mathbf{v})]}$$

$$P - E = \frac{T_R (F_s - R)}{L \Gamma_R}$$

To establish connection between convection and larger-scale motion based on column averaged ratio between moist static energy and moist budget.

► Gross moist stability

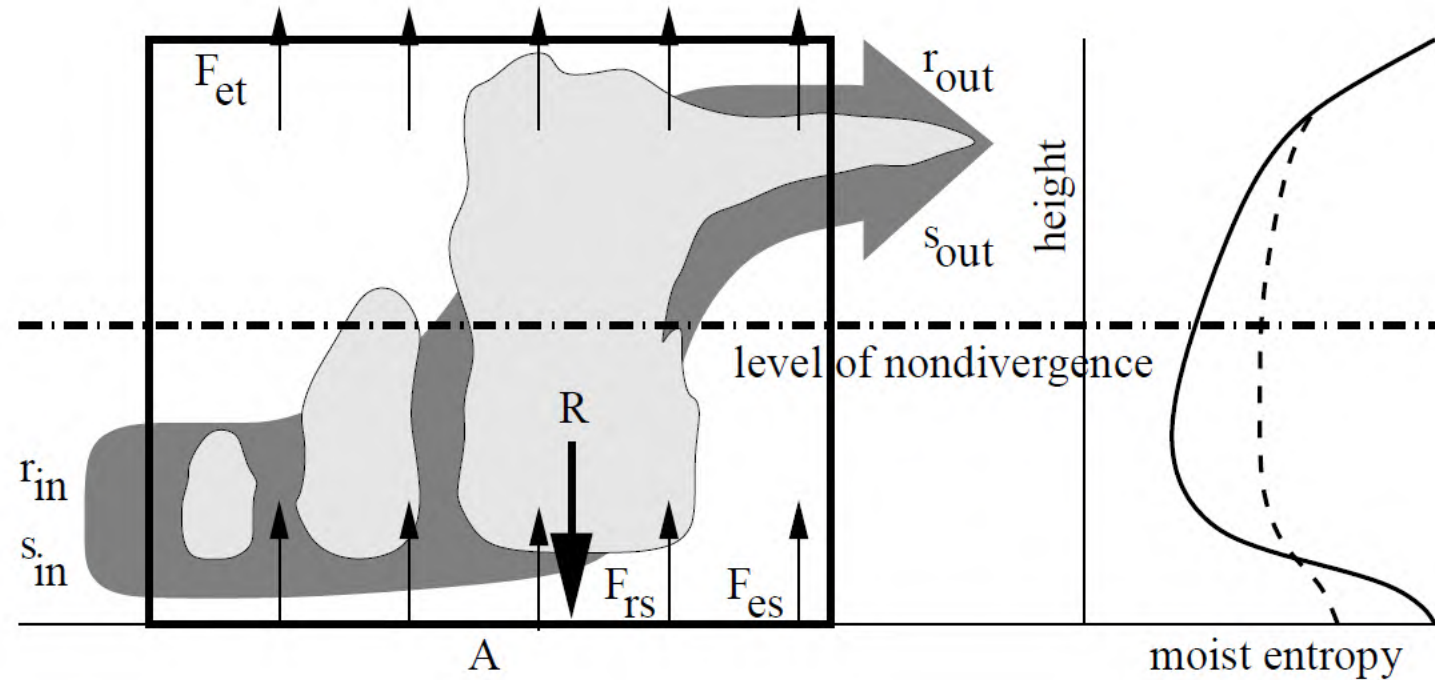
vertically integrated horizontal divergence of some intensive quantity conserved in moist adiabatic processes
measure of the strength of moist convection per unit of area



- convective mass flux/ A
- vertically integrated divergence of potential temperature flux
- vertically integrated convergence of water vapor

- moist static energy
- equivalent potential temperature
- specific moist entropy

a much simplified tropical chart..

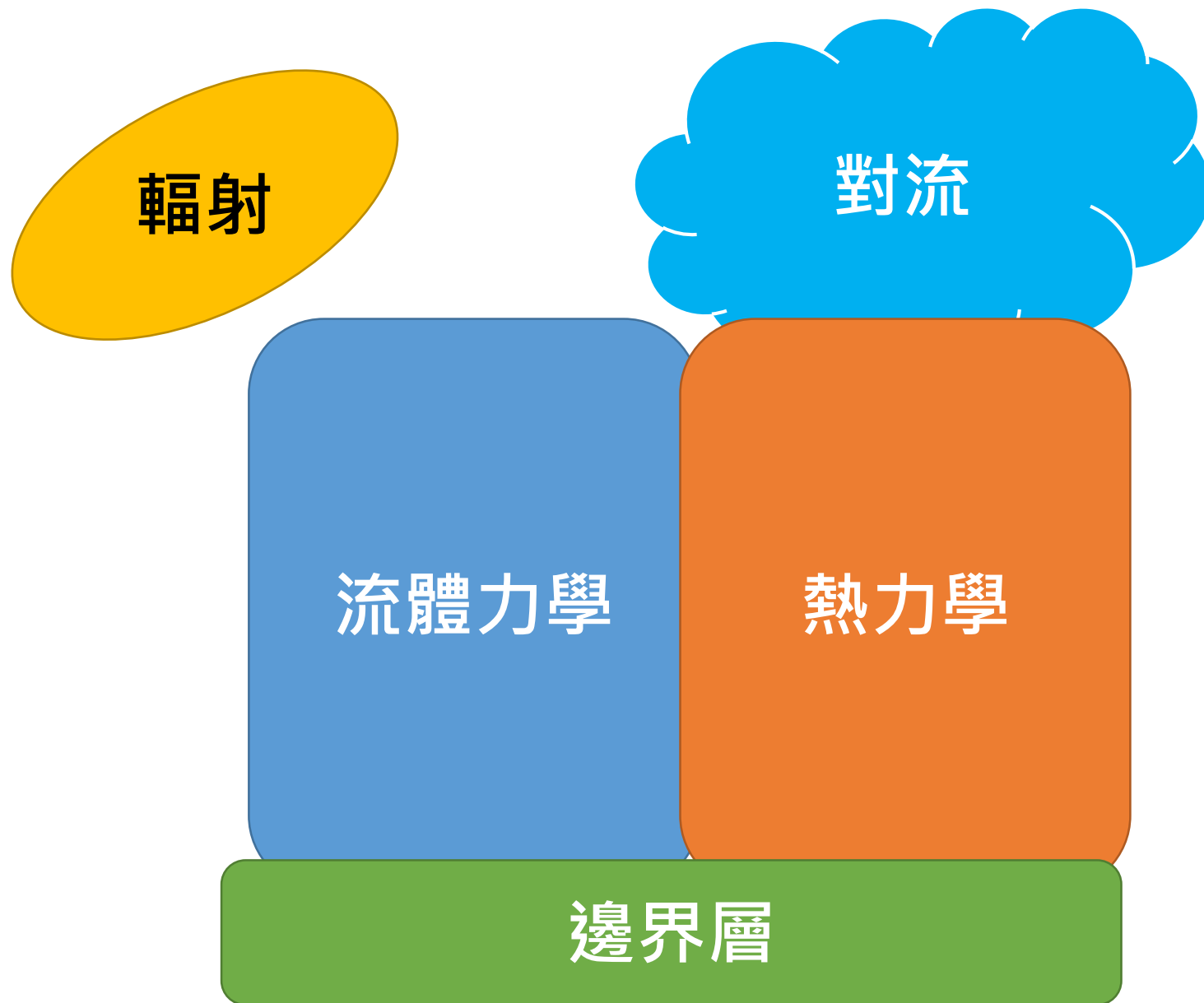


Global circulation

- The adjustments can be divided into two basic regimes. The regime outside the 25 latitudes (middle to high latitudes) will be called **baroclinic adjustment** zone and the tropical zone will be called **convective adjustment** zone. Their drivers are synoptic eddies and convections, respectively.
- Even a dynamic book one should be constructed from the 1-D radiative-convection equilibrium, then 2-D (Hadley cell?), 3D (TQEM). Essentially, let vertical structure embed the rest of dynamics.

- Midlatitudes (25~60lat)
- Assume a zonally averaged thermal wind (theta-y) balance
- Radiative-dynamics equilibrium
- Unstable to front-cyclone systems (3000km) in a deterministic way
- Baroclinic adjustment based on quasi-geostrophic theory
- Tropics (-25~25lat)
- Assume a conditionally unstable theta-z profile
- Radiative-convective equilibrium
- Stable to disturbance (>2 days, >100km) in a statistical sense, wave support
- cumulus parameterization based on QE theory

We always deal a quasi-balanced state



大氣科學的基礎

END

